Comprendre les nombres décimaux

■ Les erreurs des élèves

De nombreux élèves interprètent le nombre décimal comme un nombre composé de deux entiers juxtaposés, séparés par une virgule...

Nombreux sont aussi les élèves qui appliquent aux décimaux les règles de comparaison utilisées pour les nombres entiers *« le nombre le plus grand est celui qui a le plus de chiffres »* ou interprètent mal les chiffres *« dans 3,456, le chiffre 4 est celui des centaines »*

L'idée de nombre suivant persiste... Les élèves ont des difficultés à accepter qu'entre deux nombres, on puisse toujours en intercaler une infinité.

Les confusions entre fractions et décimaux sont nombreuses : *9 ½ = 9,2 9,5 = 9 + 1/5 ...*
Pour 21% des élèves aux évaluations sixième de 2005, *96 + 2/100 = 96,200.*

Le lexique symétrique (dizaine et dixième, centaine et centième...) pose parfois problème.

Le sens de la multiplication est à reconsidérer : elle ne « *grandit* » pas forcément (quand on multiplie par un décimal inférieur à 1)

■ Leur origine

Certaines erreurs peuvent être de la responsabilité des enseignants si des précautions ne sont pas prises...

La virgule peut sembler insignifiante si on ne rappelle pas **régulièrement** son rôle : 24,45, ce n'est pas 24 et 45 !

On insistera sur les écritures 24,45 = 24 + 45/100 ou/et 24,45 = 24 + 0,45 en soulignant souvent que la partie décimale est inférieure à 1. Travail que l'on n'hésitera pas à réaliser également sur les unités « sociales » comme le mètre, l'euro...

Oralement, on n'aide pas l'élève si on dit « *3 virgule 25* ». On veillera à utiliser l'oralisation signifiante « *3 virgule 25 centièmes* ».

Le problème de l'usage social, par ailleurs incontournable, indispensable pour travailler sur les nombres décimaux est que les écritures à virgule évoquent souvent des mesures à 2 unités !
3,25 € = 3 € et 25 centimes
3,25 m = 3 m et 25 cm (le dm étant peu utilisé dans la vie quotidienne)
L'élève peut donc les interpréter comme une simple juxtaposition de deux nombres.
C'est pour cela que l'on trouve fréquemment des erreurs dans les situations de la vie quotidienne que l'élève ne ferait pas dans un contexte plus abstrait, de type : « *4,5 € c'est 4 € et 5 centimes* » ou *« 3,7 m c'est 3 m et 7 cm »*

Une signification est donnée au lexique de manière plus « spatiale » que conceptuelle. On utilise les termes *après, avant, derrière, devant* en oubliant de rappeler le concept (10 dixièmes dans une unité, 10 centièmes dans un dixième...) avec un lexique proche de celui des unités de la partie entière et un effet miroir !

■ La nécessité de découvrir les nombres décimaux le plus tôt possible

En CM1, au plus tard dès le mois de janvier et, pourquoi pas, au premier trimestre ! Leur intérêt au niveau social est indiscutable, comparé aux « grands » nombres entiers avec des milliards sur lesquels on passe souvent beaucoup de temps en début d'année...
Sur ce point précis, l'argument d'une évaluation trop précoce en janvier au CM2 n'était donc pas acceptable si le travail avait été correctement réalisé en CM1.
L'apprentissage de ces nouveaux nombres doit se construire sur une connaissance solide des nombres entiers au CE2 :
- La structure des nombres (décomposition, numération de position, nombre de dizaines, de centaines...)
- Le système décimal pour les unités de la vie quotidienne
- Savoir multiplier par 10, 100, 1000
- Savoir diviser par 10, 100, 1000 (avec restes)

■ Comment aborder les nombres décimaux en CM1 ?

Faire comprendre que les décimaux sont des nouveaux nombres, différents, qui ont leur utilité (notion de précision), des nombres qui s'organisent selon des règles différentes des entiers (comparaison, notion de successeur, possibilité d'intercaler...) avec des chiffres qui prennent leur sens par rapport à l'unité donc à la virgule

Les points essentiels :

1 - Comprendre les décimaux grâce aux fractions

Le travail sur les fractions en CM1 est essentiellement destiné à donner du sens aux nombres décimaux avec l'utilisation des ½, ¼, 1/10 et 1/100.

- Activités sur comparaison et complémentarité :
½ = 5/10 = 50/100 = 2/4   ½ + 3/10 = 8/10   ½ < 7/10
¼ = 25/100   ¼ > 12/ 100   ¾ = 75/100
2/10 = 20/100   34/100 = 3/10 + 4/100   65/100 < 7/10 … il manque 5 / 100

- Premiers exercices par rapport aux bornes nombres entiers :
Qui est le plus proche de 1 ? 93 /100 ou 1 + 5/100 ?
Le plus proche de 2 ? 1 + 9/10 ou 2 + 9/100 ?

On introduira donc les décimaux avec les fractions dans les premières écritures
35 et 8/10 pour 35,8   34 et 56/100 pour 34,56
34 + 5/10 + 6/100 pour 34,56   4 et 5/100 pour 4,05
ce qui amènera à la « bonne » lecture des nombres, à insister sur la séparation entre partie entière

et partie décimale d'un nombre.

On utilisera les deux écritures pour les activités de décomposition d'un nombre :
34,56 = 34 + 5/10 + 6/100 et 34,56 = 34 + 0,5 + 0,06
et pour repérer chaque chiffre : celui des dixièmes, celui des centièmes...

2 - Utiliser des supports « graphiques »

L'avis des experts sur les graduations, suite à l'analyse des évaluations :
« Les élèves qui savent représenter les nombres décimaux sur une droite numérique ou ligne graduée réussissent beaucoup mieux les tâches de comparaison que les autres, d'où l'importance de situer les nombres pour mieux les appréhender. »

Les activités avec bandes de papier sur la compréhension des fractions (découpage en unités U puis graduations décimales...) et les droites graduées pour donner du sens aux fractions décimales puis aux écritures à virgule proposées par Roland Charnay (collections Ermel, Cap Maths) en sont une illustration.

Un autre support graphique permet de visualiser les fractions décimales puis les nombres décimaux, notamment par rapport aux fractions ½, ¼. Il s'agit des carrés de 10 fois 10 cases proposés par Rémi Brissiaud (collection J'apprends les Maths) qui représentent une unité donc facilitent le travail de compréhension des centièmes par rapport aux dixièmes.

Les deux auteurs insistent sur l'importance de commencer le travail sur les nombres décimaux hors unités conventionnelles pour ne pas entraîner le problème d'une lecture par l'élève d'un nombre séparé en deux nombres comme nous l'évoquons plus haut : les mètres à gauche de la virgule, les centimètres à droite, par exemple.
Du CE2, ils ont cette représentation par la lecture des prix omniprésente dans la vie sociale : les € à gauche de la virgule, les centimes à droite. Ils oublieraient donc facilement la notion de dixième, centième... indispensable à la compréhension puisque si l'idée de fractionnement disparaît, l'idée de décimal disparaîtra.

3 - Comparer, intercaler

Des activités à mener régulièrement (durant toute l'année du CM1), notamment pour montrer que le nombre de chiffres de la partie décimale d'un nombre n'est pas indicateur de sa grandeur.
Il sera important de faire émerger les représentations des élèves, de leur demander de justifier leur choix (équivalence dixièmes centièmes, recours aux représentations graphiques, aux unités sociales comme le mètre ou l'euro...).
Proposer les activités suivantes :

- comparer des nombres à différents niveaux (ne pas oublier de comparer avec des entiers...)
- ranger des nombres (écritures fractionnaires et décimales)
- encadrer un nombre décimal par deux entiers consécutifs
- encadrer un nombre avec des centièmes par deux nombres avec dixièmes
- placer des nombres sur une ligne numérique par rapport à des nombres-bornes
- choisir parmi une liste le nombre décimal le plus proche d'un nombre entier
- choisir dans une liste des nombres pouvant se placer dans un intervalle donné

4 - Donner du sens à la valeur approchée

Très rapidement et régulièrement en CM1, donner l'habitude d'arrondir un nombre décimal au

nombre entier le plus proche pour mesurer le fait que la partie décimale est toujours inférieure à 1.
Travailler la même compétence avec les unités de la vie quotidienne, notamment le mètre qui permet de « visualiser » le millième par rapport à l'unité et de comprendre son aspect parfois négligeable.

5 - Utiliser les unités de la vie courante

Faire expliciter chaque chiffre du nombre à partir de l'unité exprimée dans l'écriture, donc repérer de manière certaine la partie entière.
Proposer régulièrement des situations « résistantes » du type 4,5 €.
Travailler les conversions simples :

- facilement manipulables comme l'euro, le mètre
- dans des activités pratiques, comme l'utilisation du verre doseur

¾ l = 0,75 l = 75 cl ½ kg = 500 g ...

6 - En situation de calcul

a) Calcul posé
Additions et soustractions en jouant sur les variables didactiques (nombres de chiffres décimaux différents, décimaux et entiers...).
Donner en ligne pour amener l'élève à poser lui-même donc à positionner les nombres à ajouter ou soustraire.
Apprendre à évaluer un résultat.
S'assurer que les élèves, en effectuant leurs calculs, considèrent bien les nombres décimaux dans leur unité puisque la retenue lie les deux parties de la même manière (10 dixièmes = 1 unité comme 10 unités = 1 dizaine).

b) Calcul mental
Remarque préliminaire : l'organisation de la classe privilégiée lors des animations sur le calcul mental, c'est à dire en deux groupes, est la plus adaptée notamment pour les activités de type « jeu du furet » qui seront ainsi plus dynamiques, les élèves étant plus souvent sollicités.

Exemples d'activités type « jeu du furet » :

- ajouter, retrancher un dixième ; ajouter retrancher un centième.
- compter de 0,5 en 0,5 (0,50 en 0,50) avec ou sans unité de la vie courante
- compter de 0,2 en 0,2 (0,20...)
- compter de 0,25 en 0,25
- compter de 0,05 en 0,05

Exemples de calculs favorisant le positionnement :

- 3,1 + 4,2
- 5,3 + 4 et surtout 14 + 2,3… à proposer dans les deux sens !
- 7,1 + 0,4
- 4,8 + 0,2
- 7,3 + 1,7

Trouver le complément à l'unité, au nombre entier suivant, avec des dixièmes, des centièmes.
La multiplication par 10, 100, 1000
A travailler de manière étroite avec la notion d'ordre de grandeur.
Attention à un enseignement à coups de recettes du type « *on multiplie les nombres entiers par*

100 en écrivant deux 0 à droite du nombre... les nombres décimaux en déplaçant la virgule de deux rangs vers la droite » qui trouve ses limites pour un calcul du type 4,7 X 100, comme le montraient les résultats aux évaluations de sixième de 2001 :
2,3 X 10 : 64 % de réussite
35,2 X 100 : 47 % de réussite

Cette compétence sera à travailler régulièrement pendant toute l'année du CM2 en calcul mental pour devenir un outil d'aide aux conversions d'unités... à privilégier par rapport aux tableaux peu propices à la réflexion, surtout pour les conversions les plus courantes.

■ Ce qu'il faut absolument « entretenir » en CM2

Commencer les activités sur les nombres décimaux dès le début de l'année !

- Repérer, placer sur une droite numérique
- Comparer, encadrer, ranger... par exemple très fréquemment la comparaison du type 1,35 et 1,4 sur ou hors unités de la vie courante.
- Trouver la borne la plus proche
- Intercaler un nombre entre deux nombres décimaux
- Repérer la valeur des chiffres
- Donner l'ordre de grandeur d'un nombre (parties entière et décimale)
- Evaluer un calcul (additif, multiplicatif)
- Savoir expliciter un nombre décimal, notamment dès que l'on donne une réponse dans un problème. Exemples : 2,6 m … c'est 2 m et **60** cm   5,3 km, c'est 5 km et **300** m. Et, on le rappelle... 8,5 €, qu'est-ce que c'est ? Ou pour le produit de deux décimaux, on trouve 34,652 €... que fait-on de ce résultat ?
- Les situations de conversion, simples, liées à la vie quotidienne permettant d'utiliser comme on l'a dit précédemment les multiplications, puis les divisions exactes par 10, 100, 1000...

Une situation nouvelle en CM2 permet de renforcer la compréhension de l'intérêt d'un nombre décimal, c'est à dire la notion de précision et de montrer que chaque décimale supplémentaire est moins importante quantitativement jusqu'à devenir insignifiante, c'est le quotient approché de deux nombres entiers notamment dans des problèmes simples (le partage d'une ficelle en trois...).