I.E.N. de LANDIVISIAU **BP 30 603/ rue d'Arvor / 29406 Landivisiau cédex**
Tél: 02 98 68 48 71................. Fax: 02 98 68 93 41 ....
Administrateur du site: Jean Luc Despretz CPC : webmestre.0292053z@ac-rennes.fr

Résolution de problèmes au cycle 3

Avant propos

Ce dossier repose

- sur l'analyse des programmes 2002 et particulièrement sur les documents d'accompagnement riches et explicites
- sur les travaux de Roland Charnay et de la recherche INRP
- sur la lecture des ouvrages de Sylvie Gamo (Résolution de problèmes au cycle 3 – Bordas) et de Alain Descaves (Comprendre des énoncés, résoudre des problèmes - Hachette)
- sur diverses ressources (Internet, manuels)

Il tente d'aider les enseignants à mettre en œuvre une pédagogie « active » de la situation problème. En effet, la « résolution de problèmes » est bien au centre des activités mathématiques et permet de donner une signification à toutes les connaissances abordées.

L'accent est particulièrement mis sur la nécessité de permettre à l'élève:
- de chercher et d'expliquer sa recherche, à l'oral comme à l'écrit
- d'élaborer des solutions personnelles (écrits de recherche, dessins, schémas, calculs…) plutôt que l'application prématurée de solutions expertes mal comprises (règles, techniques opératoires avancées, formules …) qui seront développées au Collège.

• Cette mise en œuvre favorisant l'acquisition de compétences méthodologiques et de réflexion nécessite l'utilisation en classe de problèmes « pour chercher » où la solution n'est pas évidente et ne repose pas uniquement sur l'application d'une technique opératoire récemment étudiée.

Les exemples de ce dossier pourront permettre aux maîtres de se constituer une première banque de données intéressantes. D'autres ressources sont disponibles sur les sites Internet présentés.

• D'après les expérimentations dans des classes de Cycle 3 et de Collège, il semble que ce travail de réflexion et d'analyse porte ses fruits, s'il est pratiqué de façon régulière (2 à 3 séances par mois en moyenne sur des problèmes complexes).
La pratique quotidienne du maître doit en complément favoriser la lecture d'énoncés, la prise d'indices, la recherche et la comparaison de solutions, à partir de situations plus simples.

Sommaire
CTRL + clic pour suivre les liens

1- Eléments de réflexion - Indicateurs

1- Evaluations CE2

Au niveau national, on constate des réussites contrastées selon les objectifs évalués.
Lorsqu'on propose à l'élève des tâches portant sur des compétences liées à la recherche ou à l'interprétation de l'information (remplir un tableau à double entrée, exploiter un document brut), les résultats sont élevés : de 61% à 83% de réussite
Dans la résolution de problèmes à une étape, les performances dépendent de la complexité de la situation proposée et de la technique opératoire (addition 86,4%, soustraction 84%, multiplication 68,5 %)
Les performances sont moindres quand les objectifs évalués portent sur des compétences en cours d'acquisition et des situations complexes : résoudre une situation de partage et groupement (26,4%), effectuer un choix et en formuler la justification (24%), décrire un processus de construction géométrique (40%) ...

2- Pratiques pédagogiques

- On constate dans beaucoup de classes de cycle 3 une pratique importante de résolution de problèmes centrée sur l'application directe des éléments du programme (problèmes numériques essentiellement)

Ces problèmes proposent à l'élève une mise en situation de ses acquis mathématiques (entraînement, renforcement ou application).

Une réponse juste est attendue puisque le résultat est évalué. (ex : combien a t-il dépensé, quelle est la distance totale, …)

La démarche est quelquefois induite dans la formulation de la question (ex : que reste t-il, quelle est la différence, de quelle somme dispose, …) ou modélisée dans la forme et parfois dans le fond (questions fermées, opérations posées ou en lignes, phrases types de réponse, problème exemple)

Ces problèmes peuvent être « simples » (une seule question - une seule opération) ou « complexes » (questions intermédiaires, étapes, recherche sur supports différents, données superflues)

- Quelques situations mathématiques de la vie courante sont également proposées aux élèves (fiches de paye, lecture de tableaux et graphiques, commandes de catalogues, calendriers, …). Ces exercices visent souvent à déceler chez l'élève sa capacité à réinvestir des compétences d'ordres méthodologique et transversal (ex : lire un tableau, classer, trier, ranger, comparer, présenter ses résultats, ..) et à le confronter à des supports différents.
- On trouve plus rarement, même si cette pratique se développe, des problèmes de recherche (problèmes ouverts pour lesquels l'élève ne dispose pas d'un modèle de résolution et où la solution n'est pas induite)
- Le maître a un rôle prépondérant (il explique, il démontre, il propose une démarche ou un exemple qu'il privilégie souvent, il aide à la recherche de solutions, il synthétise, il évalue, il propose des exercices complémentaires) : l'élève est plus souvent en position de répondre aux attentes du maître qu'en véritable situation de recherche personnelle ou collective (peu ou pas d'interactions).

L'accident le plus fréquent dans l'apprentissage des maths est la perte de sens et le repli sur la forme sans contenu : ne plus penser, se contenter d'exécuter des algorithmes selon l'unique procédé permis.
Le problème majeur de l'enseignement des maths est sans aucun doute celui du sens.
J.P. Colette, éditions du renouveau pédagogique

2- Un point sur les programmes

Panorama historique et critique de la résolution de problèmes à travers les instructions officielles

Sylvie Gamo Résolution de problèmes au cycle 3 Bordas

La notion de problème a évolué à l'école primaire au cours des années. Les instructions officielles tiennent compte des différents courants de recherche et des besoins actuels ou futurs sollicités par la société.

♦ En ce qui concerne les programmes de 1945 et de 1956, les problèmes à résoudre sont ceux nécessaires à la vie courante, ce sont des problèmes d'application, ils apparaissent en fin d'apprentissage.

♦ Dans les programmes de 1970, l'activité de résolution de problèmes numériques ou non numériques prend place, on tient compte des intérêts de l'enfant. L'enfant commence à être entrevu comme acteur de son apprentissage. Deux catégories de problèmes sont présentées: les problèmes qui permettent d'introduire des notions nouvelles et ceux qui induisent l'application de notions déjà étudiées.

♦ Les programmes de 1977-1980 prennent en compte les travaux de recherche en psychologie, didactique et pédagogie. L'activité de résolution de problèmes devient centrale et vise à développer chez l'élève des attitudes de recherche, des capacités d'analyse, de raisonnement et de créativité. Les problèmes ne sont plus uniquement fonctionnels, ils sont catégorisés de la façon suivante :

- les «situations problèmes» pour construire des nouveaux outils mathématiques,
- les problèmes d'application pour évaluer la maîtrise des connaissances,
- les problèmes de recherche complexes pour développer des attitudes de recherche.

♦ Les programmes de 1985 sont en continuité avec ceux de 1980. On demande aux maîtres d'analyser et de comprendre les différents types d'erreurs et les échecs, d'avoir une analyse réflexive sur leur pratique. L'approche de l'erreur est vue sous l'angle de l'acquisition en cours d'apprentissage.

♦ Les notions de compétences apparaissent avec la mise en place des cycles en 1991. En cycle 3, cycle des approfondissements, l'élève doit être capable de : « *reconnaître, trier, organiser et traiter les données utiles à la résolution de problèmes, formuler et communiquer sa démarche et ses résultats, argumenter à propos de la validité d'une solution, élaborer une démarche originale dans un véritable problème de recherche, c'est-à-dire un problème pour lequel on ne dispose d'aucune solution déjà éprouvée, élaborer un questionnement à partir d'un ensemble de données.* »

♦ Les programmes de 1995 s'inscrivent dans un prolongement de ceux de 1985. On insiste sur le développement de compétences d'ordre méthodologique utiles pour résoudre les problèmes. «La *résolution de problèmes occupe une place centrale dans l'appropriation par les élèves des connaissances mathématiques. La plupart des notions, dans les domaines numérique, géométrique ou encore dans celui de la mesure, peuvent être élaborées par les* *élèves comme outils pertinents pour résoudre des problèmes nouveaux, avant d'être étudiées pour elles-mêmes et réinvesties dans d'autres situations. Il ne faut jamais perdre de vue que toute nouvelle notion ou technique se construit sur des acquisitions antérieures et sur les expériences dont disposent les élèves.*

Par ailleurs, des activités sont proposées pour mettre en place et développer des compétences spécifiques, d'ordre méthodologique, utiles pour résoudre des problèmes.

Les *activités relatives à la résolution de problèmes portent sur :*

— *de véritables problèmes de recherche, pour lesquels l'élève ne dispose pas de démarche préalablement explorée ;*
— *des problèmes destinés à permettre l'utilisation des acquis antérieurs dans des situations d'application et de réinvestissement ;*
— *des problèmes destinés à permettre l'utilisation conjointe de plusieurs connaissances dans des situations plus complexes*

Les compétences à acquérir pour l'élève restent les mêmes que celles développées lors de la mise en place des cycles en 1991.

L'activité résolution de problèmes occupe une place centrale à l'école primaire et au collège, elle est importante dans l'articulation « Ecole-Collège ».

La lecture des instructions officielles permet de dégager plusieurs fonctions primordiales de la résolution de problèmes qui sont :

— conduire vers une nouvelle représentation ou notion ;
— poursuivre l'apprentissage de notions déjà introduites ;
— étudier une notion introduite comme outil pour résoudre un problème en tant qu'objet pour qu'elle soit à nouveau utilisée comme outil de résolution dans d'autres situations.

La résolution de problèmes doit par ailleurs avoir comme objectif :

— de permettre aux élèves de valider leurs connaissances dans un certain domaine et d'appréhender leurs limites dans d'autres ;
— d'apprendre à chercher en augmentant le plaisir d'entrer dans une activité mathématique ou non, développer des attitudes, des méthodes interdisciplinaires indispensables à la résolution de problèmes ;
— d'être un indicateur d'évaluation de connaissances pour l'enseignant, celui-ci pouvant alors constater si ces connaissances sont intériorisées donc maîtrisées chez les élèves.

L'apprentissage des savoirs mathématiques doit permettre la formation de l'esprit, l'apprentissage du raisonnement, l'acquisition d'une certaine forme d'abstraction à laquelle la résolution de problèmes, clé de l'activité mathématique, contribue largement.

«Au-delà des allègements d'un programme, la question centrale qui est posée est celle des mathématiques à enseigner aux jeunes élèves dans la société du XXI^{e} siècle. Si au début du siècle, il paraissait légitime et suffisant de préparer un maximum d'élèves à l'acquisition d'algorithmes opératoires qui allaient leur servir rapidement dans la vie active, tel n'est plus le cas. Il convient aujourd'hui de faire acquérir aux élèves de toutes classes sociales, les savoirs mathématiques de base avec l'ambition de les faire construire. Les *mathématiques*

ne se réduisent pas à une accumulation de techniques apprises, elles' contribuent à l'apprentissage du raisonnement. Pour de jeunes enfants, les programmes ne devraient pas différer l'acquisition de certaines formes de pensées qui ne pourront s'installer plus tard qu'avec difficulté. L'école ne peut déléguer au seul milieu parental cette éducation du rapport des enfants aux mathématiques, sans prendre le risque de faire perdurer les inégalités sociales »

♦ Il semble que les nouveaux programmes, applicables à l'automne 2002, prennent en considération ces propos, ils accentuent la place de la maîtrise de la langue et des mathématiques. Ils invitent l'enseignant à laisser une large place au développement psychologique de 1'élève de façon à ce que celui-ci puisse :

— *se construire des connaissances de manière plus réfléchie et se doter d'instruments intellectuels plus assurés;*

— *exercer les autres aspects de son intelligence, ses capacités d'action et sa sensibilité.*

S'agissant des mathématiques, l'essentiel semble résider dans l'orientation pragmatique d'un enseignement centré sur la résolution de problèmes et sur l'articulation avec les sciences expérimentales et technologiques. Par ailleurs, l'élève doit avoir acquis en fin de cycle 3 les compétences :

— *utiliser le lexique spécifique des mathématiques dans les différentes situations didactiques mises en jeu ;*

— *formuler, oralement, avec l'aide du maître, un raisonnement rigoureux ;*

— *participer à un débat et échanger des arguments à propos de la validité ;*

— *lire correctement une consigne d'exercice, un énoncé de problème;*

— *traiter les informations d'un document écrit incluant des représentations (diagramme, schéma, graphique) ;*

— *lire et comprendre certaines formulations spécifiques (notamment en géométrie) ;*

— *rédiger un texte pour communiquer la démarche et le résultat d'une recherche individuelle ou collective ;*

- élaborer, avec l'aide de l'enseignant, des écrits destinés à sentir de référence dans les différentes activités.

A la lecture de ces panoramas historique et critique des instructions officielles, force est de constater que la résolution de problèmes est une activité complexe aussi bien du côté des maîtres qui ne disposent pas de méthodes courantes « à enseigner » que des élèves qui doivent pour ce faire développer des compétences de divers ordres (compréhension du texte, construction d'une représentation, formulation d'hypothèses, vérification...)

Synthèse des nouveaux programmes de l'école primaire 2002

Instructions officielles - Résolution de problèmes au cycle 3

Page 27 (cycle 2) : Le fait d'avoir à résoudre un problème permet à l'élève d'utiliser ses acquis, d'élaborer des procédures originales et de construire de nouvelles notions en raisonnant et en agissant sur des quantités, des grandeurs ou des positions.

Page 38 (cycle 3) : Inscrit dans le cadre d'une éducation scientifique large, l'enseignement des mathématiques est tout naturellement centré sur la résolution de problèmes.

Les programmes du cycle des approfondissements

Page 159 : Si, en mathématiques, une réflexion nouvelle sur l'apprentissage du calcul se fait jour, qui prend en compte les machines susceptibles de suppléer l'homme dans ce domaine, l'essentiel du programme réside dans l'orientation pragmatique d'un enseignement centré sur la résolution de problèmes.

Objectifs p 225: (extrait)

La résolution de problèmes est au centre des activités mathématiques et permet de donner leur signification à toutes les connaissances qui y sont travaillées : nombres entiers et décimaux, calcul avec ces nombres, approche des fractions, objets du plan et de l'espace et certaines de leurs propriétés, mesure de quelques grandeurs.
Les situations sur lesquelles portent les problèmes proposés peuvent être issues de la vie de la classe, de la vie courante, de jeux, d'autres domaines de connaissances, ou s'appuyer sur des objets mathématiques (figures, nombres, mesures...). Elles sont présentées sous des formes variées : expérience concrète, description orale, support écrit (texte, document, tableau, graphique, schéma, figure).
Au travers de ces activités, le développement des capacités à chercher, abstraire, raisonner, prouver, amorcé au cycle 2, se poursuit. Pour cela, il est nécessaire de prendre en compte les
démarches mises en œuvre par les élèves, les solutions personnelles qu'ils élaborent, leurs erreurs, leurs méthodes de travail, et de les exploiter dans des moments de débat. Au cycle 3, les élèves apprennent progressivement à formuler de manière plus rigoureuse leurs raisonnements, s'essaient à l'argumentation et à l'exercice de la preuve.
Dans les moments de réflexion collective et de débat qui sui vent le traitement des situations, l'usage ordinaire de la langue orale et les formulations spontanées des élèves prévalent. Ils sont toutefois complétés par le recours à un lexique et à des formulations spécifiques, nécessaires à la rigueur du raisonnement. Une attention particulière doit être portée aux difficultés de lecture des énoncés que rencontrent de nombreux élèves afin. d'une part, de ne pas pénaliser les élèves dont l'autonomie face à l'écrit est insuffisante, d'autre part, de travailler les stratégies efficaces de lecture de ces types de textes. L'écriture comporte, en mathématiques, différentes formes qui doivent être progressivement distinguées : écrits pour chercher, écrits pour communiquer une démarche et un résultat, écrits de référence.
L'élaboration des connaissances se réalise au travers de la résolution de problèmes, leur maîtrise nécessite des moments d'explicitation et de synthèse, et leur efficacité est condition née par leur entraînement dans des exercices qui contribuent à leur mémorisation.

Compétences devant être acquises en fin de cycle (p 234) :

- utiliser ses connaissances pour traiter un problème
- chercher et produire une solution originale dans un problème de recherche
- mettre en œuvre un raisonnement, articuler les différentes étapes d'une solution
- formuler et communiquer sa démarche et ses résultats par écrit et les exposer oralement
- contrôler et discuter la pertinence ou la vraisemblance d'une solution
- identifier des erreurs dans une solution en distinguant celles qui sont relatives au choix d'une procédure de celles qui interviennent dans sa mise en œuvre
- argumenter à propos de la validité d'une solution

Synthèse de la recherche INRP

Axes de travail
Interventions didactiques
Fonctions de l'écrit

Consulter le document (doc)

Documents d'accompagnement des programmes (extraits) ***CTRL + clic (lien vers le document complet au format pdf)***

Des problèmes pour chercher

« Dès l'école élémentaire, les élèves peuvent être confrontés à de véritables problèmes de recherche, pour lesquels ils ne disposent pas de solution déjà éprouvée et pour lesquels plusieurs démarches de résolution sont possibles**.** C'est alors l'activité même de résolution de problème qui est privilégiée dans le but de développer chez les élèves un comportement de recherche et des compétences d'ordre méthodologique : émettre des hypothèses et les tester, faire et gérer des essais successifs, élaborer une solution originale et en éprouver la validité, argumenter. Ces situations peuvent enrichir leur représentation des mathématiques, développer leur désir de chercher, leurs capacités de résolution et la confiance qu'ils peuvent avoir dans leurs propres moyens »

Des solutions personnelles aux solutions expertes

« Depuis de nombreuses années, les programmes insistent sur la diversité des fonctions didactiques attribuées à la résolution de problèmes, Cependant, la tradition scolaire lui attribue une place bien particulière, souvent limitée au« problème d'application » que l'élève doit être capable de résoudre de manière experte, les connaissances nécessaires à cette résolution experte ayant été étudiées préalablement. Cet état de fait n'est pas sans conséquence. Il peut expliquer en partie qu'à l'âge de 15 ans, les élèves français obtiennent, en mathématiques, « des résultats supérieurs à la moyenne de l'OCDE lorsqu'il s'agit d'exercices purement scolaires, mais cela n'est plus le cas lorsque la situation nécessite une prise d'initiative »

Du cycle 3 au collège

« Sur le long temps de l'apprentissage, les problèmes sont d'abord résolus à l'aide de procédures personnelles, avant d'être résolus par des procédures expertes.
Il serait vain de penser faire progresser les élèves en leur fournissant des stratagèmes qui conduisent à la réalisation de tâches purement mécaniques. Ce serait même un contre-sens. »

L'importance du calcul mental

« Automatisé ou réfléchi, le calcul mental doit occuper la place principale à l'école élémentaire et faire l'objet d'une pratique régulière, dès le cycle 2. Une bonne maîtrise de celui-ci est indispensable pour les besoins de la vie quotidienne (que ce soit pour obtenir un résultat exact ou pour évaluer un ordre de grandeur). Elle est nécessaire également à une bonne compréhension de certaines notions mathématiques (traitements relatifs à la proportionnalité, compréhension du calcul sur les nombres relatifs ou sur les fractions au collège… »

3- Nature des difficultés rencontrées par les élèves

D'après le livre de JP Collette Ed du Renouveau Pédagogique

Ex : problème avec 2 contraintes
Avoir 15 fleurs et ne pas dépenser plus de 100F.

Il ne faut pas résoudre, mais répondre à des propositions.

Point de vue des enseignants

Lorsque les élèves sont en difficulté,
la 1ère difficulté incriminée est que les élèves ne savent pas lire (compréhension, vocabulaire, pas de représentation mentale de la situation)
La 2ème explication est le manque de familiarité avec l'énoncé proposé (trop décontextualisé, pas intéressant, rapport à la réalité faussé).
La 3ème est qu'ils ont des difficultés en calcul (techniques non maîtrisées, pas d'estimation de l'ordre de grandeur du résultat, manque de pratique en calcul mental)
La 4ème est qu'ils ont des difficultés dans le domaine du raisonnement.
La 5ème évoque la non mémorisation des données à court terme.
Et enfin, le manque de concentration suivie (abandon rapide si pas de solution immédiate, refuge dans l'échec)

Pratique scolaire

• On a répondu à un problème quand on a utilisé toutes les données du problème.

• Quand un élève écrit quelque chose, c'est rarement ou jamais n'importe quoi. Il a un certain nombre de raisons. Il faut essayer de rentrer dans le comportement rationnel d'un certain point de vue de l'élève.

• Quand on analyse des travaux d'élèves, on constate que :
Le mot « chacune » pour l'élève implique multiplier ou diviser.
Les nombres écrits en lettres ne sont pas pris en compte par les élèves.
Il y a erreur dans la démarche plus que dans le calcul.

• L'élève essaie de répondre à celui qui pose la question.

• Plus l'élève est en difficulté, plus il va chercher à trouver les indices qui vont lui permettre de répondre à la question, plutôt que de chercher à répondre au problème.
Savoir se servir du contexte va permettre d'apprendre les maths.
Plus l'élève est jeune, plus il fonctionne selon cette procédure.

4 - Donner du sens à l'activité mathématique et développer des stratégies de recherche

Quand on interroge les élèves sur ce qu'il faut faire quand on résout un problème, **ils proposent** :

- *il faut écrire quelque chose*
- *il faut trouver la solution*
- *il faut faire des opérations*
- *il faut calculer*
- *il faut marquer une phrase réponse ...*

En ce sens, ils répondent à l'attente supposée ou explicite du maître.

Ils ne répondent pas

- il faut trier les informations pour comprendre ce qu'on me demande
- il faut dessiner ou schématiser ou manipuler
- il faut éliminer ce qui ne sert pas après avoir relu la question
- il faut écrire, raturer, recommencer
- il faut faire plusieurs essais
- il faut échanger avec les autres pour savoir s'ils cherchent de la même façon
- il faut savoir expliquer ce qu'on a voulu dire

Pour redonner aux élèves le goût du défi intellectuel, en faisant appel à la curiosité, à leur engagement personnel dans une recherche, à leur volonté d'élaborer une solution, il convient :

I- *De* varier les types de problèmes

En proposant aussi des problèmes complexes
En favorisant l'accès aux problèmes « pour chercher » et pas seulement aux problèmes « pour apprendre »

II- D'apprendre à lire des énoncés

Interprétations d'énoncés et analyse des erreurs.
Aides à la compréhension
Ecriture d'énoncés

III- De donner à l'élève l'occasion de mettre en œuvre une procédure adaptée

En lui laissant le choix de développer une solution personnelle (la solution experte relève souvent du collège)
En pratiquant la narration de recherche
En instaurant la métacognition (contrôle de sa propre activité)

Le problème intéressant n'est pas celui qui sort du manuel, avec une question à laquelle l'élève doit apporter la réponse type. Le problème intéressant est celui qui éveille la curiosité, c'est l'énigme qui survient devant l'élève dans le contexte de son expérience vécue.

Sylvie Gamo Résolution de problèmes Bordas

5- Varier les types de problème

“ Dès l’école élémentaire, les élèves peuvent être confrontés à **de véritables problèmes de recherche**, pour lesquels ils ne disposent pas de solution déjà éprouvée et pour lesquels plusieurs démarches de résolution sont possibles**.** C’est alors l’activité même de résolution de problème qui est privilégiée dans le but de développer chez les élèves un comportement de recherche et des compétences d’ordre méthodologique : émettre des hypothèses et les tester, faire et gérer des essais successifs, élaborer une solution originale et en éprouver la validité, argumenter. Ces situations peuvent enrichir leur représentation des mathématiques, développer leur désir de chercher, leurs capacités de résolution et la confiance qu’ils peuvent avoir dans leurs propres moyens. ”

“ Dans ces activités, **l’enseignant doit créer les conditions d’une réelle activité intellectuelle des élèves…** Les élèves doivent être mis en situation de prendre en charge les différentes tâches associées à la résolution d’un problème :

1 - *faire des hypothèses, les tester ;*
2 - *élaborer une démarche pertinente afin de produire une solution personnelle ;*
3 - *vérifier par eux-mêmes les résultats obtenus ;*
4 - *formuler une réponse dans les termes du problème ;*
5 - *expliquer leurs méthodes, les mettre en débat, argumenter. ”*

Typologie des problèmes et exemples

Problèmes « pour apprendre » permettant à l’élève de mettre en œuvre des connaissances acquises.	***Problèmes « pour chercher » permettant à l’élève d’élaborer une solution personnelle pour laquelle il ne possède pas de modèles de résolution ni de démarche préalablement explorée.***
Problèmes d’approche ou de découverte Ils engagent les élèves à utiliser leurs connaissances actuelles pour en percevoir les limites. *Ex : Combien de boites de 6 œufs peut-on remplir avec 204 œufs ?* **Problèmes d’application ou de réinvestissement** Ils réactivent la mémoire (à court ou moyen terme) et permettent à l’élève de mettre en œuvre des savoirs et savoir-faire acquis à l’école. Il y a connaissance mais non apprentissage. Des solutions expertes sont possibles. *Ex : Trouve le périmètre d’un rectangle de 6 cm de longueur et de 4cm de largeur.* **Problèmes complexes** L’élève doit réunir plusieurs savoirs et savoir-faire. La résolution comporte plusieurs étapes qui ne sont pas toujours précisées par des questions intermédiaires. Il peut y avoir un travail spécifique de tri de données ou de questions, une recherche d’informations sur différents supports (texte, graphiques, schémas) *Ex : Les chameaux* *Ex : Les Dupommier aux sports d’hiver*	**Problèmes dont la réalisation peut être faite par essais.** *Ex : La tirelire* **Problèmes dont la résolution nécessite une organisation pour obtenir toutes les possibilités.** *Ex : Les glaces* **Problèmes dont la résolution privilégie le recours à la déduction.** *Ex : Les étiquettes rectangulaires* *Ex : Les fossiles* *Ex : Vol de billets* **Problèmes ouverts** L’énoncé est court. Il n’y a pas de recherche ou de tri d’informations. Les données sont directement utilisables mais les procédures ne sont ni indiquées ni induites. *Ex : Les vieux véhicules*

Les exemples cités sont proposés à la suite

Exemples de problèmes complexes

L'énoncé est complexe, il faut imaginer la situation.
L'élève doit mobiliser plusieurs connaissances.
La résolution comporte plusieurs étapes qui ne sont pas précisées.
Toutes les données sont utiles mais mélangées.

Exemple 1 :

Monsieur et Madame Dupommier, Mélanie et Christophe, leurs deux enfants de 12 et 14 ans, doivent aller à Chamonix aux sports d'hiver.
Ils veulent savoir à combien leur reviendra le voyage aller-retour en voiture.
De Paris où ils habitent, à Chamonix, il y a environ 600 kilomètres et leur voiture consomme 10 litres d'essence pour faire 100 kilomètres.
Il faut bien compter 20 € de péage et 8 € par personne pour déjeuner sur l'autoroute à l'aller et autant pour le retour. L'essence coûte 1 € le litre.

Objectif calcul CM1 *Hatier*

Quelle procédure adopter ?

Exemple de traitement possible

Exemple 2 :

Trois chameliers conduisent chacun trois chameaux. Sur chaque chameau, il y a trois paniers. Dans chaque panier, il y a trois chattes. Chacune des chattes est accompagnée de trois chatons. Cela fait beaucoup de pattes. Combien en comptes-tu dans cette caravane ?

Trouve une solution.

Exemple de traitement possible

Exemples de problèmes pour chercher

> Problèmes dont la réalisation peut être faite par essais

La tirelire (tiré de ERMEL CM2)

Dans ma tirelire, j'ai 32 pièces et billets.
Je n'ai que des pièces de 2 € et des billets de 5 €.
Avec ces 32 pièces et billets, j'ai 97 €.
Combien y a-t-il de pièces de 2 € et de billets de 5 € dans ma tirelire ?

> Problème dont la résolution nécessite une organisation pour obtenir toutes les possibilités

D'après Les glaces O.C.C.E. Aube – Les écoles qui mathent — Mai 1998 (fin de cycle 2 ou cycle 3)

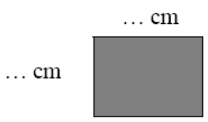
Trouve tous les mélanges possibles de glaces à trois boules différentes, avec cinq parfums : citron, vanille, chocolat, fraise, pomme.

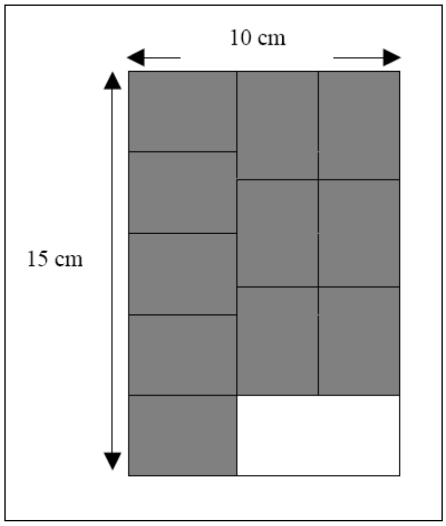
Exemples de recherches par des élèves de CE2-CM1

> Problèmes dont la résolution privilégie le recours à la déduction

D'après Evaluation à l'entrée en Sixième – 1999 – exercice 29

Sophie veut découper des étiquettes rectangulaires toutes identiques dans une plaque de carton rectangulaire de dimensions 10 cm et 15 cm. Elle en a déjà tracé onze comme tu peux le voir sur le dessin.
Calcule les dimensions réelles d'une étiquette et indique les sur le dessin ci-dessous.





Autres exemples : des problèmes non numériques qui demandent une lecture attentive, une prise d'indices, un rangement logique des données, une comparaison, une procédure par élimination …

• Problème de logique et de déduction : les fossiles
(extrait de « 83 problèmes de logique » aux éditions ACCES
http://www.acces-editions.com/o_83problemes.php)

• Procédure par élimination : vol de billets
(extrait de « L'inspecteur Lafouine » aux éditions buissonnières
http://www.edibuis.com/

> Problèmes ouverts

- L'énoncé est court.
- Il ne doit induire ni une méthode de résolution, ni une solution évidente.
- Il doit se situer dans le domaine conceptuel familier de l'élève.

A quoi sert-il ?

- à faire des essais.
- à émettre des hypothèses
- à tester
- à prouver
- à communiquer

Le problème ouvert met en route une véritable démarche mathématique-scientifique.

Exemples

Le père d'Henri collectionne les vieux véhicules (motos et voitures). Il en a 9. Lorsque son fils compte les roues, il en trouve 30. Combien y a-t-il de roues de voitures et de roues de motos ?

Un magicien demande 421 € pour son spectacle. Sachant qu'il y a des places à 6€, 5€ et 3€, combien faut-il d'entrées pour pouvoir payer le magicien ?

Les élèves de la classe se rencontrent le matin et chacun serre la main de tous les autres; combien y a-t-il de poignées de mains échangées ?

A chaque anniversaire de Jacques, depuis sa naissance, il a eu un gâteau avec le nombre de bougies correspondant à son âge.
Jacques vient de fêter un nouvel anniversaire. Depuis qu'il est né, cela fait maintenant plus de 200 bougies qui ont été allumées en son honneur.
Quel est l'âge de Jacques ?

Une grand-mère a 59 ans. Ses quatre petits-enfants ont respectivement 14 ans, 8 ans, 7 ans, et 3 ans.
Dans combien d'années l'âge de la grand-mère sera-t-il égal à la somme des âges de ses quatre petits-enfants ?

D'autres exemples sur Internet (voir le chapitre ressources)

6- Apprendre à lire des énoncés

Qu'est ce qu'un énoncé de problème ?

Ex : Un TGV quitte Marseille avec 564 personnes à bord. A Avignon, 56 passagers embarquent tandis que 186 descendent.
Combien de passagers arrivent à Paris à bord de ce TGV ?

Ce TGV est composé de 16 voitures : 4 voitures de 35 places, 2 voitures de 38 places, 2 voitures-bars de 20 places chacune ; chacune des autres voitures possède 60 places.
Ce train est-il complet lorsqu'il arrive à Paris ?
Sinon, combien de places restent libres ?

Consulter le travail réalisé par des élèves de CM à partir de ce problème (essais, représentations, solutions, analyse)

L'énoncé de problème se différencie des autres types de textes en ce qu'il est à la fois (et non successivement)
- Prescriptif (il pose une ou des questions, on répond à une commande)
- Narratif (il se situe dans un contexte, familier ou non)
- Informatif (il fournit des données chiffrées et non chiffrées) ce qui explique les difficultés des enfants.

En effet, il semble bien qu'une lecture efficace du problème se fasse en 3 temps :

• Une lecture narrative, première phase indispensable pour que l'enfant se représente la situation
• Une lecture informative, prélèvement des informations à l'intérieur du monde créé ;
• Une lecture prescriptive, sélection et hiérarchisation des informations en fonction de la tâche à accomplir.

Il est clair qu'une telle stratégie relève d'un apprentissage spécifique, et qu'on ne saurait profiter de la ressemblance de l'énoncé de problème avec le récit pour éluder une nécessaire réflexion sur la lecture de ce type de texte particulier.
JP Collette Renouveau Pédagogique

Les énoncés mathématiques sont à considérer comme des phénomènes observables. Ils sont tout d'abord descriptifs, et ne sont légalisés que par des démonstrations.
Ce qui importe, ce sont les significations des informations dans des tâches et des contextes donnés, dépendant étroitement des représentations et des règles agissant sur ces derniers.
Comprendre c'est avant tout construire des interprétations. Mais comprendre pour apprendre n'est pas identique à comprendre pour agir. Les énoncés de problème sont des énoncés du faire et devraient être conçus dans le but d'une appropriation/construction des connaissances.

Ce qui est rarement le cas des énoncés dits canoniques, et qu'on trouve fréquemment dans les manuels scolaires.
Enoncés canoniques : lexique réduit utilisant des termes inducteurs d'opérations mathématiques (ex : quelle somme restera t-il ?)
- pas de données numériques manquantes ou en surnombre ;
- questions figurant à la fin du texte ;
- cohésion du texte reposant sur de nombreux implicites ;
- progression du texte fortement liée à la procédure de résolution que l'on attend des élèves ;
- apparition des nombres dans l'ordre (partiellement ou totalement) de leur utilisation souhaitée

Les facteurs de compréhension des énoncés

Alain Descaves *Comprendre des énoncés, résoudre des problèmes* *Hachette*

L'analyse de quelques exemples permet de montrer que la compréhension d'un énoncé de problème par les élèves dépend de nombreux facteurs :

• De leurs connaissances pragmatiques
Ces connaissances sont liées aux pratiques courantes de résolution de problèmes dans les classes, ainsi qu'aux caractéristiques des énoncés qui leur sont proposés, provenant essentiellement des manuels, qui, pour ne pas heurter, suivent souvent la *tradition* ou la déguisent de façon maladroite.

• De leur connaissance du monde
Ces deux types de connaissances pouvant également les desservir, leur apprendre à s'en distancier nous paraît nécessaire.

• De leurs compétences linguistiques
Elles concernent au moins quatre niveaux d'analyse : niveau pragmatique (en particulier la reconnaissance de la visée de l'auteur de l'énoncé), niveau de la représentation sémantique (à relier avec les représentations d'ordre mathématique, graphique, symbolique), niveau morpho-syntaxique, niveau graphique (disposition de l'énoncé, présence de schémas, tableaux, figures, dessins).

• De leurs capacités perceptives
Elles concernent notamment l'exploration visuelle, la discrimination perceptive, sachant que l'on ne peut dissocier la perception du sens qui lui est associé.

• De leur capacité à prélever des significations,

et à les mettre en relation, donc de leur capacité d'interprétation.

• De leur capacité à représenter le problème,
notamment par un écrit mathématique, des représentations graphiques ou des représentations symboliques, ainsi qu'à mettre en œuvre des procédures de vérification et de contrôle, notamment par des retours fréquents au texte permettant de compléter ou de modifier l'interprétation et d'éliminer les significations non pertinentes.

• De leurs compétences logiques
Dans l'énoncé de l'exemple 4 (à suivre), il faut savoir que les *«moins de 15 ans »* ont également *« moins de 30 ans ».*

Toutefois, la construction de la représentation d'un problème ne dépend pas uniquement des systèmes de représentations qui construisent le sens, mais aussi des systèmes de règles qui agissent sur ces représentations. **La compréhension n'est pas indépendante de la stratégie de résolution.**

Interprétations d'énoncés

D'après Alain Descaves , « comprendre des énoncés, résoudre des problèmes », Hachette
Et l'analyse des enseignants en animation pédagogique

Exemple 1 (cycle 2)

Enoncé	**Type de problèmes**	**Mots clés pour la compréhension**	**Eléments perturbateurs Risques d'erreurs**	**Interprétations des élèves**
La page d'un album contient 85 timbres, Julien possède déjà 81 timbres. Combien lui en manque t-il pour compléter la page ? *Livre outil CE1 Magnard*	Problème numérique simple Utilisation directe des connaissances acquises	Manque Compléter	Sens des mots : compléter déjà	→simulation mentale de la scène décrite, amenant certains élèves à calculer le complément par utilisation de la comptine des nombres (nombres proches) →le verbe manquer en fin d'énoncé amène d'autres élèves à soustraire les 2 nombres souvent par simple correspondance entre l'occurrence « manque » et le signe « - » sans passage par une représentation cognitive.

Exemple 2 (CM1)

Enoncé	**Type de problèmes**	**Mots clés pour la compréhension**	**Eléments perturbateurs Risques d'erreurs**	**Interprétations des élèves**
Trois jeunes gens vont passer le week-end du 14 juillet au lac de Nantua : le voyage leur revient à 120 € la nourriture à 104 € et le camping à 21 €. Ils avaient prévu un budget de 280 € pour ce séjour. *S'ils se partagent les dépenses de manière égale, quelle sera la part de chacun ?* *Quelle somme restera t-il sur le budget prévu ?* *Livre outil CM1 Magnard*	Problème numérique complexe Utilisation des connaissances acquises	Dépenses Somme Restera Partagent Manière égale Chacun	14 juillet Nantua Budget Somme qui reste 2 questions indépendantes (non liées)	→Interprétation immédiate et majoritaire des élèves : ajouter les recettes et les dépenses et faire une soustraction. Ils construisent une signification immédiate à partir de la reconnaissance d'une forme (problème classique recettes-dépenses) →La lecture des questions donne lieu à des interprétations liées aux mots inducteurs « partager, chacun et restera » impliquant une division et une soustraction. →Il est implicite pour eux que les dépenses s'entendent globalement pour les 3 jeunes gens et non pour chacun d'entre eux.

Exemple 3 (CM1)

Enoncé
Monsieur et Madame Dupommier, Mélanie et Christophe, leurs deux enfants de 12 et 14 ans, doivent aller à Chamonix aux sports d'hiver. *Ils veulent savoir à combien leur reviendra le voyage aller-retour en voiture.* *De Paris, où ils habitent, à Chamonix, il y a environ 600 kilomètres et leur voiture consomme 10 litres d'essence pour faire 100 kilomètres. Il faut bien compter 20 Euros de péage et 8 € par personne pour déjeuner sur l'autoroute à l'aller et autant pour le retour. L'essence coûte 1 € le litre.* *Objectif calcul CM1 Hatier*

Type de problèmes	**Eléments clés pour la compréhension**	**Eléments perturbateurs** **Risques d'erreurs**
Problème complexe demandant une compréhension fine de l'énoncé, une visualisation de la situation et une procédure adaptée (ex : organigramme)	Aller-retour Connaissance de la situation (autoroute, péage, sports d'hiver, prix de l'essence) Consommation (proportionnalité) Compréhension de la question	Infos inutiles (lieux, âges, buts) Méconnaissance de la situation Situation aller-retour complexe Implicite (interprétation inexacte de la situation)

Interprétations possibles
Cet énoncé de problème est intéressant à analyser à plus d'un titre. **• La première phrase fixe le *cadre,*** le voyage d'une famille qui se rend aux sports d'hiver. La lecture d'un tel énoncé fait donc appel à des **connaissances du monde,** à l'expérience du monde qu'un élève a ou n'a pas. Le capital culturel de chacun étant différent dans une classe, une discussion collective est donc indispensable pour que les élèves qui ne disposent pas des connaissances nécessaires les acquièrent par l'intermédiaire de leurs camarades. Pour résoudre le problème, il faut par exemple savoir que sur l'autoroute le péage s'entend pour la voiture, et non pour les personnes. Par contre, certains élèves seront gênés par leur expérience qui peut contredire le **scénario** décrit dans l'énoncé. Quant à la question de savoir si un tel problème lié à un contexte non familier à tous les élèves doit être posé dans une classe, il convient d'envisager l'école comme un lieu d'ouverture sur le monde, qui ne doit pas les cantonner à leur univers quotidien ; c'est par leurs échanges que les élèves se transmettent et enrichissent progressivement leur connaissance du monde. **• La deuxième phrase est censée obtenir le déclenchement d'un scénario archétype** visant à la constitution d'un savoir. Le *vouloir savoir* implique la recherche des conditions nécessaires au *pouvoir savoir,* c'est-à-dire ici essentiellement la collecte des données utiles à l'estimation du coût du voyage fournies au troisième paragraphe, ainsi que la constitution de leurs significations, permettant alors la recherche d'une procédure de résolution pour *savoir.* Mais il existe évidemment un **écart entre la visée de l'auteur de l'énoncé et l'interprétation** qu'en donnent les élèves. L'énoncé n'est qu'une promesse de sens, et la signification qu'il a pour l'élève est l'interprétation que ce dernier en donne.

Une des clés pour mieux comprendre les difficultés des élèves dans la lecture des énoncés des problèmes est l'analyse de l'écart entre une pré-interprétation (celle de l'auteur de l'énoncé) et les post-interprétations (celles des élèves). Dans cet exemple l'auteur insiste par deux fois sur l'aspect prévisionnel du calcul (cf. *«environ 600 kilomètres»* et *«il faut bien compter»,* alors que certains élèves donnent de *"il faut bien compter»* une interprétation du type : *«S'il faut bien compter tout cet argent. Monsieur et Madame Dupommier ne pourront pas partir, ils n'auront pas assez d'argent».*

• **Les données numériques,** concentrées dans le troisième paragraphe, sont toutes nécessaires à la résolution, et ne sont pas fournies dans l'ordre de leur utilisation (cf. *«l'essence coûte 5 francs le litre»* rejeté à la fin du texte). Leur lecture donne lieu à de nouvelles difficultés d'interprétation.

Un élève pense par exemple que Monsieur et Madame Dupommier devront s'arrêter pour mettre 10 litres d'essence dans leur voiture tous les 100 kilomètres, signification non pertinente provenant d'une non-connaissance du monde (notamment celle de la capacité d'un réservoir) et d'un manque de connaissances pragmatiques sur les situations de proportionnalité, et débouchant sur un blocage.

C'est encore la non-connaissance des conditions de péage sur l'autoroute, à relier à la possible ambiguïté de la phrase " *il faut bien compter 120 francs de péage et 55 francs par personne»,* qui est à l'origine de l'interprétation de certains élèves consistant à compter 175 francs par personne pour l'autoroute et le déjeuner.

• **L'existence de nombreux implicites,** concernant notamment les conditions du retour, donne lieu à des interprétations très diverses chez les élèves (ex : *Monsieur et Madame Dupommier reviennent seuls après avoir accompagné leurs enfants).*

Exemple 4 (CM2)

Enoncé

Dans un petit village de France, les élèves du CM2 ont fait une enquête sur l'âge des habitants du village.

Voici les renseignements qu'ils ont collectés :

1. Une personne sur dix a plus de soixante-cinq ans.

2. Une personne sur cinq a moins de quinze ans.

3. Une personne sur trois a moins de trente ans.

4. Au delà de soixante-cinq ans, il y a en moyenne trois femmes pour deux hommes.
5. Au-delà de 90 ans, il n'y a plus qu'un homme pour trois femmes.

Au bas du polycopié sur lequel figurait cet énoncé distribué aux élèves d'un CM2, le maître avait ajouté la coupure d'un journal indiquant :
«Les jeunes en France : 20% de la population a moins de 15 ans... »

Maths Hebdo CM2 Hachette

A vous de proposer des questions.

Type de problèmes	Eléments clés pour la compréhension	Eléments perturbateurs Risques d'erreurs
Problème ouvert, de recherche, sans questions	Sens des données de l'enquête et leurs représentations Enquête 20%	La compréhension des données (formulation) Leur nombre (faut-il toutes les prendre en compte pour élaborer une question ?) et leur désignation différente (âge, quantité) Le pourcentage : 20% Nombres en lettres

Interprétations possibles
L'originalité d'un tel énoncé consiste avant tout dans l'absence de question. Les élèves sont chargés, en *grand groupe,* d'inventer des questions, ce qui les pousse à creuser l'interprétation de ce texte. Presque une heure de discussions a été nécessaire à cette classe pour construire la représentation de leur problème. Nous ne noterons que quelques difficultés soulevées et aplanies progressivement : - Que veut dire *« une personne sur six»?* - Que veut dire « il y a en moyenne *trois femmes pour deux hommes»?* - Confusion entre enquête et sondage. - Quels liens entre le test et la coupure de journal? Les élèves ne s'intéressant que tardivement à ce rapport, qui pourtant était l'un des objectifs visés par le maître (20%). - Comment disposer ces données dans un tableau ? À la fin de la séquence, les élèves ont proposé de convertir les pourcentages en fractions et vice-versa. Cette situation nécessite l'instauration d'un discours collectif où le maître intervient le moins possible, sauf en vue d'une régulation. **Les élèves construisent d'autant mieux leurs connaissances qu'ils le font dans des situations d'interaction, dans et par le discours, lors de situations discursives.**

Analyse des erreurs des élèves face à une situation problème
(d'après l'expérimentation de François Silcher, CPC Quimper)

Problème proposé à des élèves de cycle 3

Pour inviter ses amis à son anniversaire, Elodie a acheté 8 tartelettes à 2 euros chacune et 1 gâteau à 11 euros. Pour ces achats, ses parents lui ont donné 30 euros. Combien a t-elle dépensé ? **Résultat attendu (8x2) + 11 = 27 euros**

Analyse du problème

Type de problème	Eléments clés pour la compréhension	Eléments perturbateurs
Problème numérique simple Connaissances acquises	Chacune (chaque tartelette) Combien (coût en tout) Dépense	30 euros (inutile) chacune

Analyse des erreurs rencontrées

Erreurs de calcul mais recherche en adéquation avec la situation décrite	Erreurs de calcul ou dues à la lourdeur ou au manque d'organisation de la procédure employée	Procédures en inadéquation (totale ou partielle) avec la situation			Résultat correct mais interprétation erronée
8 x 2 = 16 2+2+2+2+2+2+2+2=16 16 + 11 = 17 Elle a dépensé 17 euros	2+2+2+2+2+2+2+2=14 (a t-il compté 7 fois le chiffre 2) 14 + 11 = 25 Elle a dépensé 25 euros	11 + 2 = 13 Elle a dépensé 13 euros	8 + 2 = 10 10 + 11 = 21 Elle a dépensé 21 euros	8 x 2 = 16 16 + 11 = 27 30 – 27 = 3 Elle a dépensé 3 euros	8 x 2 = 16 16 + 11 = 27 Elodie a acheté 27 tartelettes
Erreur due à -une mauvaise maîtrise du calcul -de la précipitation -de l'inattention	Insuffisance de la procédure additive employée (cycle 3) qui a entraîné une erreur de calcul	Mauvaise interprétation de la situation (lecture, sens du mot chacune)	Mauvaise mathématisation de la situation, sens de la multiplication mal perçu	Interprétation partielle de la situation, prise en compte de toutes les données numériques	Sens de l'action perdu ou incompréhension ou Mauvaise lecture Rapidité d'exécution
Bonne compréhension de la situation problème	Bonne compréhension de la situation problème	Difficultés de compréhension de la situation			Compréhension non solide Pas de regard sur le résultat

Des activités d'aide à la résolution de problèmes

Note : Les différents items (colonne de gauche) sont tirés de l'ouvrage « Résolution de problèmes » - Sylvie Gamo – Bordas
Les exemples (colonne de droite) sont une compilation de différentes ressources (manuels – Internet – Classes élémentaires)

Analyser le contexte sémantique

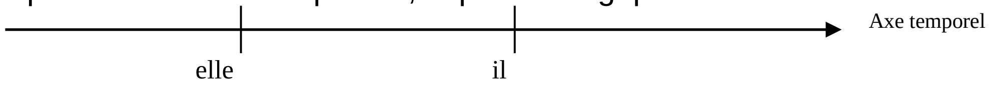
L'énoncé du problème et le contexte sémantique constituent une sorte de contrat entre celui qui pose le problème et celui qui le résout. On note des différences très importantes de compréhension d'un même texte : le texte lui-même peut représenter un obstacle insurmontable à tout début de recherche. *Nicolas a payé 13,5 € pour un ananas à 4,5 € et 2 kg de litchis.* *Combien coûte le kilogramme de litchis ?* Cet exercice relativement simple en apparence est difficile puisque le prix donné est celui de l'ananas et que la question porte sur celui des litchis. Par ailleurs, il s'avère nécessaire de travailler autour de l'implicite culturel que les enfants n'ont pas toujours et qui s'avère nécessaire au décorticage de la première enveloppe du problème et du vocabulaire.	Document 1

Réfléchir au poids du langage

L'écrit mathématique fait intervenir deux registres de la langue : la langue naturelle et la langue mathématique. Il est important de faire constater aux élèves que :

→ L'écrit mathématique et la langue naturelle ne font pas toujours référence aux mêmes règles concernant la logique : « *ouvert le dimanche»,* cette expression dans la langue naturelle peut avoir des significations différentes. En mathématiques, elle n'a qu'une seule signification ; on sait que c'est ouvert le dimanche mais on ne sait rien sur les autres jours de la semaine.

→ Le déroulement temporel du langage courant est souvent l'inverse du déroulement temporel de la pensée. Dans l'exemple suivant : « *Il en a deux fois plus qu'elle* », pour calculer combien il en a, il faut déterminer ce qu'elle a, pour ensuite multiplier par deux. En conséquence, la pensée logique du lecteur remonte le langage pour comprendre.



→ Certains mots utilisés prennent un sens particulier dans le cadre du problème : *«différence»* par exemple, exprime le résultat d'une soustraction et non plus ce qui distingue une chose d'une autre, *«somme»* ne signifie plus forcément une certaine quantité d'argent, mais désigne bien souvent le résultat d'une addition.

→ Certains problèmes sont difficiles à résoudre, ils font intervenir des phrases et des mots complexes (*parmi, dont, tandis que, chaque, si, puisque …*) qui recouvrent une conception difficile à appréhender pour de jeunes élèves.

→ Des expressions complexes du langage mathématique sont mal perçues : *calcul approché, par excès, par défaut, quotient, produit, aire, volume, rayon, diamètre, …*

Activités possibles : liaison maths/français

-Réserver des supports (cahier, carnet, lexique...) sur lequel on écrit avec les élèves les différents sens d'un même mot selon le contexte dans lequel il est employé en précisant qu'en mathématiques ce mot a plutôt telle signification.

-Construire et faire utiliser un lexique comme outil.

-Illustrer un même mot dans des contextes différents.

-Favoriser l'utilisation de synonymes, par exemple, concernant les structures additives et soustractives

Exemple : l'expression 125 moins 78 *(voir document 2)*

Document 2

Conduire l'élève à se recentrer sur la question

En résolution de problèmes, un certain nombre d'enfants anticipent la question et y répondent sans vérifier si c'est bien celle-là qui a été posée.

Activités possibles :

-Proposer des problèmes sans questions

-Commencer par la question

-Faire émerger des questions par toute la classe et comparer (en moyenne on obtient 5 à 6 questions différentes par problème)

Document 3

Repérer les mots inducteurs

Des mots usuels jouent en mathématique un rôle important d'indicateurs d'opérations (apprendre à décoder le langage mathématique) « et » incite souvent à une addition « par, chaque, pour » invitent à multiplier ou diviser *La fermière a 39 poules et 23 canards, combien a t-elle d'animaux (en tout*) ? → en tout devient un indicateur d'addition *Le cinéma comporte 14 rangs de 18 fauteuils (chacun)* → indice de multiplication	

Proposer des versions différentes d'un même problème

On propose le même problème mais « déguisé » différemment. Les élèves sont libres de choisir l'énoncé qui leur convient le mieux. A contrario, ils doivent résoudre les problèmes dans l'ordre indiqué et dire celui qu'ils ont trouvé le plus facile.	Document 4

Demander des tâches surajoutées (démarche méthodologique)

Elles portent sur le traitement des informations : surligner, souligner les informations utiles, lire à haute voix, dessiner, faire un croquis, reconstituer un puzzle d'énoncé, trier ce que l'on sait et ce que l'on cherche ….	Document 5

Reconstituer un énoncé

Activités possibles : -Rédiger des énoncés à partir de squelettes de problèmes, d'une question finale imposée -Retrouver la question ou les questions intermédiaires -Retrouver un énoncé d'après la résolution du problème	Document 6 Document 7

Poser des problèmes absurdes ou impossibles

A présenter non sous forme de « piège » mais au contraire comme une aide à la compréhension de situations : l'élève est informé de l'activité. Comprendre le pourquoi de l'absurdité.	Document 8

Travailler un problème sans nombre puis avec nombre

Les élèves sont habitués à être centrés sur les nombres à la recherche d'une opération immédiate pour arriver à la solution. Cette habitude est d'autant plus ancrée chez l'élève en difficulté (elle traduit chez lui une grande insécurité et un désir de conformité) Activité : première lecture lente de la situation sans les nombres (évocation mentale, croquis) puis deuxième lecture	Document 9

avec les nombres en faisant des arrêts.	

Utiliser les mêmes nombres mais avec des relations différentes

Comparaison d'énoncés dans des situations ou les relations entre les nombres ne sont pas traduites de la même manière (mêmes nombres mais problèmes différents)	Document 10

Ecrire un énoncé

Réécrire un énoncé d'une autre façon (plus personnel) Retrouver un énoncé à partir d'une solution	Document 11

Des énoncés différents

Proposer un énoncé de problème qui ne demande pas des calculs mais une explication. On cherche à faire réfléchir à une situation pour laquelle la solution n'est pas immédiate. La solution est explicative et non opératoire. On procède par réécriture, schématisation, déduction, élimination …	Document 12

7- Donner à l'élève l'occasion de mettre en œuvre une procédure adaptée

Solution personnelle, solution experte

Le terme solution ne désigne pas la réponse mais la stratégie, la démarche et les procédures mises en place.

La solution personnelle est un mode de résolution correct, différent de celui mis en œuvre par une personne qui maîtriserait parfaitement et saurait utiliser la connaissance mathématique adéquate et qui parmi les solutions proposées saurait choisir la plus efficace.
Exemple : calculer l'aire d'un cerf-volant

Deux objectifs complémentaires sont à rechercher
- rendre l'élève expert dans la résolution de certains problèmes pour lesquels il reconnaît le traitement approprié
- rendre l'élève capable d'initiatives pour d'autres problèmes, c'est-à-dire capable d'imaginer des solutions originales

→ **Ne pas enseigner seulement la bonne solution**

Problème d'introduction : extrait de l'évaluation à l'entrée en Sixième, 1998

Pour la fête de l'école, on veut recouvrir chaque table avec une bande de papier d'une longueur de 4 m. Combien de tables pourra t-on recouvrir avec un rouleau de 50 m ?

Résultats : moins de 5 élèves sur 10 répondent correctement

38,6 % répondent 12 tables
8,4 % répondent 12 tables et demie ou 12,5 tables
2,5 ont une démarche correcte mais font une erreur de calcul

Pourtant, si la réponse est unique, les solutions sont nombreuses.
Additionner 4 plusieurs fois pour s'approcher le plus près possible de 50
Soustraire 4 plusieurs fois de 50 pour s'approcher de 0
Essayer de multiplier 4 par des nombres pour s'approcher de 50
Diviser 50 par 4 en utilisant le quotient entier

La situation ne comporte pas de difficulté d'interprétation particulière
Les nombres sont familiers
Elle peut être résolue en utilisant des connaissances en calcul dont certaines remontent au CP
De nombreux élèves qui ne répondent pas (1 sur 6) maîtrisent pourtant les calculs qu'il est possible d'utiliser
Une analyse plus fine des cahiers montre que les élèves se sont limités à poser une opération et à répondre par le résultat obtenu.

L'idée n'est pas installée que pour résoudre un problème, on peut faire autre chose que « trouver la bonne opération »

Le rôle de l'école ne se limite pas à enseigner la bonne solution mais aussi à enseigner la diversité des solutions.

→ Il existe une solution experte correspondant aux compétences de cycle 3 mais tous les élèves ne reconnaissent pas la situation.

Problème 1 extrait de l'évaluation à l'entrée en Sixième, 2002

Emma a un paquet de bonbons. Elle donne 8 bonbons à chacun de ses cinq camarades. Il lui en reste 3. Combien y avait-il de bonbons dans le paquet ?

On attend d'un élève de fin de cycle 3 qu'il détermine les <u>deux étapes</u> de la résolution : déterminer le nombre de bonbons donnés, puis le nombre de bonbons qu'il y avait dans le paquet. À partir de là, on attend que, pour calculer le nombre de bonbons distribués, il utilise le produit de 8 par 5 (mémorisé) et qu'ensuite il additionne 40 et 3 pour fournir la réponse. Il utilise alors le même raisonnement et les mêmes calculs que ceux qu'utiliserait une personne experte. On parle alors de solution experte : (8 x 5) + 3 = 43

S'il a compris la situation et la question posée et si, pour la première étape, il ne reconnaît pas que le recours au produit de 8 par 5 est efficace (ou s'il a oublié le résultat), il peut utiliser d'autres modes de résolution, comme calculer 8 + 8 + 8 + 8 + 8 ou même schématiser les 5 groupes de 8 bonbons et procéder à un dénombrement. Il utilise un mode de résolution correct, mais différent de celui mis en oeuvre par une personne experte. On parle alors de solution personnelle.

30 % d'échec sur ce problème. <u>Pourquoi</u> ?
On peut être étonné que, étant donné la variété et la « simplicité » des connaissances mathématiques mises en jeu aussi bien dans la solution experte que dans les solutions personnelles, plus d'un quart des élèves soient en difficulté face à ce problème.

Une hypothèse plausible peut être avancée : ne reconnaissant pas immédiatement quelle solution experte peut être utilisée, certains élèves n'envisagent pas de se lancer dans l'élaboration d'une solution personnelle (ou n'osent pas le faire).

→ Les élèves de cycle 3 ne disposent pas encore de la solution experte, ils ne peuvent donc pas l'envisager.

<u>Problème 2</u>

Les élèves d'une école ont réalisé une grande fresque de forme carrée en assemblant 196 petits tableaux réalisés sur des panneaux de bois tous identiques et eux aussi de forme carrée. Combien de panneaux y a-t-il sur chaque côté de la fresque ?

S'ils comprennent la situation, les élèves de fin de cycle 3 disposent de connaissances sur la multiplication qui leur permettent d'envisager que la réponse est le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 196. Mais ils ne disposent pas encore de la notion de racine carrée; ils ne peuvent donc pas utiliser la solution experte qui consiste, par exemple, à utiliser la touche [√] d'une calculatrice.

Ils peuvent cependant résoudre ce problème en mobilisant des connaissances disponibles, par des essais de produits, par des essais de sommes itérées d'un même terme (avec le risque de ne pas aboutir !) ou même en tentant une schématisation de la fresque. Ils ont donc, à ce moment de leur scolarité, nécessairement recours à des solutions personnelles pour traiter ce problème qui peut être classé dans la catégorie des problèmes pour chercher.

Problème 3

Un kilogramme de mandarines coûte 1 € 40 et j'achète deux kilogrammes et demi de mandarines. Combien vais-je payer ?

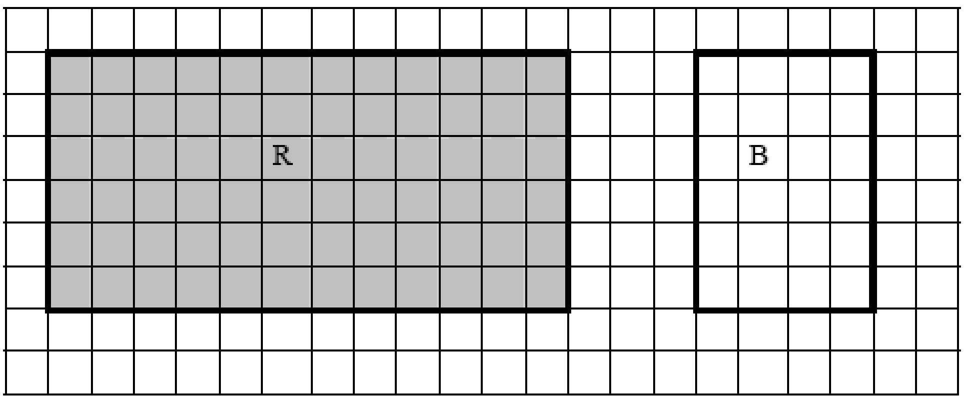
Un élève de cycle 3 ignore la multiplication d'un décimal par un décimal et ne possède pas la solution experte : 1,4 x 2,5

Il peut avoir recours à une procédure personnelle du type
2 kg de mandarines coûtent 2 € 80
Comme 1 kg coûte 1,4 €, ½ kg coûte la moitié donc 0,7 € (ou en passant par les centimes 70 centimes)
Donc j'ai dépensé : 2,8 + 0,7 = 3,5 €

La distinction entre solution personnelle et solution experte semble donc simple. En réalité, elle l'est moins qu'il n'y paraît. D'autres paramètres que les connaissances utilisées sont en effet à prendre en compte pour déterminer le caractère expert d'une solution, comme le montrent les deux problèmes suivants.

→ Il existe plusieurs façons de résoudre le problème de façon experte

Problème 4 (inspiré de l'évaluation à l'entrée en sixième, 2000)



Complète la phrase ci-dessous à l'aide d'une fraction choisie dans la liste suivante :

$\frac{1}{10}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$

L'aire du rectangle B est égale à … de l'aire du rectangle R.

Compte tenu des dimensions et de la disposition des rectangles, un expert pourrait avoir recours à au moins deux solutions différentes (donc toutes deux considérées comme solutions expertes) :

- dénombrer le nombre de carreaux sur la longueur du rectangle R et le nombre de carreaux sur la largeur du rectangle B, puis déterminer le rapport de ces longueurs ;

- paver rapidement (à main levée) le rectangle R avec le rectangle B, puis déterminer le rapport de ces aires.

→ Autres solutions personnelles possibles ?

Problème 5

Un autocar qui peut transporter 60 personnes est complet. 45 adultes y sont installés. Tous les autres passagers sont des enfants. Combien y a-t-il d'enfants dans l'autocar ?

Une personne experte calcule mentalement soit le complément de 45 à 60, soit la différence entre 60 et 45 : ce sont donc deux solutions expertes. Il n'existe donc pas nécessairement une seule solution experte pour un problème déterminé !

Si le même problème était posé avec un train, lui aussi complet, qui peut transporter 926 personnes et dans lequel sont déjà installés 389 adultes, un expert muni d'une calculatrice (ou d'une feuille de papier et d'un crayon) utiliserait sans doute la soustraction et non le complément.
Une personne experte est ainsi capable de choisir, entre plusieurs résolutions possibles, celle qui est la plus efficace, en sachant que, dans certains cas, différentes résolutions présentent le même niveau d'efficacité. L'expertise de cette personne se caractérise par le fait qu'elle est capable :
- de reconnaître la validité de plusieurs résolutions différentes, et donc leur équivalence du point de vue de leur adéquation au problème posé ;
- de juger de l'économie de chaque solution pour faire un choix adapté

L'apprentissage des solutions expertes

L'élève ne passe pas spontanément de la solution personnelle à la solution experte.
L'apprentissage s'appuie sur :

- la confrontation à des situations de même type avec des entrées ou questionnements différents
- une verbalisation des démarches
- une prise de conscience de l'équivalence entre certaines écritures
- une utilisation adéquate du mode de calcul (mental, posé ou instrumenté)

Tout problème doit pouvoir être envisagé comme un problème nouveau, à chercher. Il convient d'exiger une trace de la démarche et une élaboration de la solution mais la forme de cette trace ne doit pas être figée.

Retour sur le problème 5

La question se pose donc de savoir comment aider les élèves, en première année de cycle 3, à reconnaître que ce type de problème peut être résolu à l'aide d'une soustraction alors qu'ils l'envisagent «naturellement» plutôt comme un « problème d'addition » qui peut être modélisé par « combien faut-il ajouter à 45 pour obtenir 60 ? ». La résolution experte attendue (60 - 45 = ?) va donc à l'encontre de cette résolution « naturelle ».

Constater que les deux calculs aboutissent au même résultat, même si ce constat peut aider à comprendre l'équivalence du traitement, ne suffit en général pas à rendre fonctionnelle l'équivalence entre : « combien de 45 à 60 ? » et « quel est le résultat de 60 moins 45 ? ».
La question devient : comment provoquer les élèves à « penser » eux-mêmes cette équivalence ? Trois types d'expériences peuvent être suggérées.

L'appui sur des situations

Le premier type d'expériences s'appuie sur le fait que les élèves ont construit, au cycle 2, une signification élémentaire de la soustraction en résolvant des problèmes dans lesquels est demandé le résultat d'un retrait ou d'une diminution.
Pour le type de problème considéré (recherche d'un complément), il est intéressant de les inciter à formuler un raisonnement au terme duquel le problème initial est transformé en un problème qu'ils savent résoudre à l'aide d'une soustraction. Ce raisonnement, exprimé verbalement, consiste à considérer, par exemple, que lorsque l'autocar est plein (avec 60 personnes), pour ne garder que les enfants, il faut faire descendre (donc retirer) les 45 adultes : le calcul 60 – 45 permet de prévoir le résultat de cette nouvelle action. Pour certains élèves, cette explication verbalisée peut être suffisante, mais ce n'est sans doute pas le cas pour tous.

Le recours à une expérience réelle, comme celle qui suit, est souvent utile pour soutenir cette explication. L'enseignant dispose d'une boîte dans laquelle il demande à un élève de mettre 37 cubes. Puis, devant les élèves, il prend sur le bureau une nouvelle poignée de cubes (sans dire combien aux élèves) qu'il met également dans la boîte. Après avoir dénombrer les cubes contenus dans la boîte et annoncer le résultat (52 cubes), il demande aux élèves de trouver combien de cubes il a lui-même mis dans la boîte. La plupart d'entre eux ont recours à des solutions personnelles consistant à rechercher le complément de 37 à 52, soit en dessinant les cubes, soit en recourant à un calcul qui leur permet de trouver ce qu'il faut ajouter à 37 pour obtenir 52. Une écriture, utilisée par certains, peut être associée à cette résolution : 37 + . = 52.
L'interrogation porte ensuite sur la validation des réponses trouvées : comment faire pour n'avoir dans la boîte qu'une quantité de cubes correspondant à celle qui a été ajoutée par l'enseignant. L'idée sera certainement émise qu'il suffit de retirer de la boîte 37 cubes. Incités à chercher le nombre de cubes que contient alors la boîte (avant de le vérifier effectivement), il est probable que certains élèves calculeront 52 - 37.
Ainsi, deux écritures peuvent être associées à la recherche de la réponse au problème initial :

- l'une de type « recherche de complément » qui correspond au problème posé au départ ;
- l'autre de type « soustraction » qui correspond au problème posé au moment de la validation.

Le commentaire formulé par l'enseignant prend alors tout son sens : pour chercher le nombre de cubes qui ont été ajoutés dans la boîte, on peut :

- soit penser aux cubes qu'on a ajoutés et chercher le nombre qui, ajouté à 37, permet d'obtenir 52 ;
- soit imaginer qu'on enlève 37 cubes de la boîte et chercher le résultat de 52 - 37.

L'appui sur le calcul mental

Le deuxième type d'expériences concerne le calcul mental. Deux exemples suffisent pour l'évoquer.

- Si on demande de calculer mentalement 100 - 98, la solution la plus simple consiste à chercher le complément de 98 à 100 plutôt qu’à essayer de soustraire 98 de 100 : les élèves qui y ont recours utilisent alors « en actes » l’équivalence entre calcul d’une différence et recherche d’un complément : l’échange entre les élèves qui ont tenté des résolutions différentes permet de mettre en évidence que les deux procédures sont possibles, mais que la première est plus économique ;
- Inversement, si on demande de calculer mentalement le complément de 5 à 200, la solution la plus simple consiste à soustraire 5 de 200 : la même équivalence a été utilisée.

Ainsi demander de calculer une différence de faible écart (exemple 100-98) ou un complément d’un nombre à un autre beaucoup plus grand (de 5 à 200) serait propice à la construction des équivalences entre calcul d’une différence et recherche d’un complément.

Ces activités de calcul mental doivent être accompagnées de formulations orales qui aident à les rendre intelligibles :

Que faut-il ajouter à 45 pour avoir 60 ?

Quel nombre obtient-on en soustrayant 45 de 60 ?

Quelle est la différence entre 45 et 60 ?

Les questions peuvent être posées directement sur les nombres ou à partir de « petits problèmes » que les élèves doivent résoudre mentalement.

L’appui sur les écritures symboliques

Le premier type d’expériences (à partir d’une matérialisation de la situation) permet de justifier l’équivalence alors que le deuxième type (calcul mental) permet de la faire fonctionner. Dans le prolongement de ces expériences, la mise en relation des écritures symboliques permet d’exprimer cette équivalence.

Il est possible d’utiliser des exercices utilisant des supports comme les petits tableaux ci-dessous avec des consignes du type : « Trouve la règle et complète les cases vides ».

<table><tr><td>10</td><td>5</td></tr><tr><td colspan="2">15</td></tr></table>
<table><tr><td>5</td><td>17</td></tr><tr><td colspan="2">22</td></tr></table>
<table><tr><td>23</td><td>18</td></tr><tr><td colspan="2">41</td></tr></table>
<table><tr><td>12</td><td>26</td></tr><tr><td colspan="2"></td></tr></table>
<table><tr><td>14</td><td></td></tr><tr><td colspan="2">23</td></tr></table>
<table><tr><td></td><td>25</td></tr><tr><td colspan="2">42</td></tr></table>

Ils peuvent être prolongés par un travail sur les écritures, comme par exemple : « Pour chaque tableau, trouver toutes les écritures additives ou soustractives avec les trois nombres »

10+5 =15
5+10=15
15-5=10
15-10=5

5+17=22 etc.
22 - 5=17
22 - 17=5

La demande de formulations orales qualifiant le nombre à chercher dans chaque tableau aide aussi les élèves à relier entre elles différentes significations. Par exemple pour le cinquième tableau :

- quel est le nombre qui, ajouté à 14, donne 23 ?
- quel est le complément de 14 à 23 ?
- quel est le nombre différence de 23 et 14 ?
- quel est l’écart de 14 et de 23 ?

Des exercices systématiques de ce type ne peuvent suffire seuls ni à faire comprendre, ni à rendre fonctionnelle l’équivalence étudiée. Mais associés aux deux autres types d’expériences, ils contribuent à la construction et à la consolidation de cette équivalence. Cependant, tous les élèves ne construisent pas cette équivalence au même moment et il faut admettre que, même après avoir été confrontés à ces types d’expériences, certains continuent à recourir à des solutions personnelles pour résoudre certains problèmes alors que d’autres pensent à utiliser directement la solution experte.

Conclusion

L’idée de solution personnelle permet d’envisager que chaque élève, progressivement, gagne en autonomie dans la résolution de problème.
Elle permet aux élèves de prendre conscience qu’ils sont capables de résoudre des problèmes inédits, qu’ils n’ont pas encore rencontrés et pour lesquels ils ne disposent pas de solution déjà éprouvée. Les solutions peuvent être « inventées ».
Elle incite aussi à accepter et valoriser la différence. Un problème peut être reconnu comme « problème d’application » par certains alors que d’autres ne parviennent pas à le situer dans une catégorie déjà rencontrée. Ils savent qu’ils peuvent le résoudre comme un problème nouveau, en élaborant une solution de façon originale : ils ne sont alors pas démunis.

La mise en oeuvre de cette idée, en classe, suppose, entre autres, que l’on renonce à exiger une forme de présentation stéréotypée de la solution du type :
Solution Opération

Une présentation plus ouverte peut être envisagée, par exemple :
Recherche Conclusion

Du cycle 3 au Collège

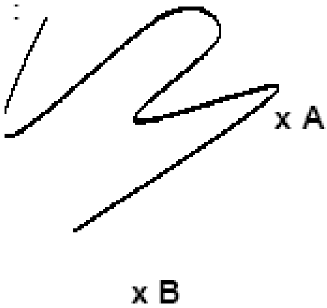
Sur le long temps de l’apprentissage, ces problèmes sont d’abord résolus à l’aide de procédures personnelles, avant d’être résolus par des procédures expertes.

Selon le moment où il est proposé aux élèves, **un même problème peut avoir l’une ou l’autre des fonctions indiquées**.
- problème d’application ou de réinvestissement
- problème complexe mobilisant plusieurs connaissances
- problème de recherche, pour lequel l’élève ne dispose pas toujours de solution experte

Exemple 1
“ Avec 385 roses, on veut réaliser des bouquets tous composés de 16 roses. Combien de bouquets peut-on réaliser ? ”
Ce problème peut être résolu en début de cycle 3 :
- par soustractions successives : 385 – 16 = 369 puis 369 – 16 = 353 et ensuite 353 – 16 = 337, et plus ou moins “ vite ” jusqu’à 17 - 16 = 1 ; on a effectué 24 opérations qui correspondent à 24 bouquets ;
- par un raisonnement du type : avec 160 roses, on fait 10 bouquets, donc avec 320 roses, on fait 20 bouquets et comme 385 – 320 = 65 on peut faire 4 bouquets de plus, la réponse est 24 bouquets.

La procédure experte pour résoudre ce type de problème (utilisation de la division euclidienne), devient disponible en fin de cycle 3 et doit être consolidée en sixième. Elle permet en particulier des problèmes dans lesquels les données numériques sont plus complexes que dans les exemples évoqués.

Exemple 2

	*“ Placer sur la ligne donnée, le centre d’un cercle passant par les deux points A et B ”* est un problème de recherche au cycle 3. En Sixième, après étude du cercle et de la médiatrice, il peut être utilisé comme problème complexe. Il devient un exercice de réinvestissement en quatrième.

Exemple 3
« *Trouver l’aire d’un rectangle de dimensions décimales simples (2,5 cm et 3,2 cm) »*
est un problème de recherche : cette aire peut être déterminée par comptage d’unités d’aire et de fractions d’unité, après avoir réalisé un pavage du rectangle ou en recourant à un changement d’unités de longueur pour se ramener à des dimensions entières, ou encore en décomposant le rectangle en deux rectangles accolés de dimensions respectives 2 cm
sur 3,2 cm et 0,5 cm sur 3,2 cm. Le recours à la multiplication de deux décimaux sera la solution experte attendue en fin de sixième.

Exemple 4
"*Un objet coûte 240 € et subit une hausse de 20 %*". Pour calculer l'augmentation, à la fin de l'école primaire, les élèves peuvent utiliser un raisonnement du type: "*Pour 100 €, la hausse est de 20 € ; pour 200 €, elle est de 40 € ; pour 10 € elle est de 2€, pour 40 €, elle est donc de 8 €, et pour 240 €, elle sera de 48 €".* La procédure experte pour calculer l’augmentation n’est enseignée qu’en sixième (pour prendre 20% de 240, on calcule 240 x 20 divisé par 100 ou 240 x 0,20) et en troisième les élèves apprendront à trouver directement le nouveau prix (en calculant 240 x 1,20).

Les mêmes types de problèmes peuvent donc être proposés à l’école et au collège ; ce sont les procédures de traitement qui évoluent*.*

Il serait vain de penser faire progresser les élèves en leur fournissant des stratagèmes qui conduisent à la réalisation de tâches purement mécaniques. Ce serait même un contre-sens.

Pratiquer la narration de recherche

La narration de recherche est un écrit privé, un exposé détaillé, écrit par un élève, concernant la suite des activités qu'il a mises en œuvre, successivement, dans la recherche de solutions d'un problème. C'est donc une rédaction dans laquelle l'élève relate toutes les étapes de son travail, de la lecture de l'énoncé à sa conclusion. Cette narration inclut aussi bien ses idées, ses doutes, ses hésitations, que ses erreurs et ses impressions. L'enseignant pourra suggérer aux élèves qui ont des difficultés pour écrire, d'utiliser un dessin pour commencer à dégager le cheminement de leur pensée ou de leur raisonnement. Il incite les élèves à expliquer, à exposer ce qu'ils font, à dévoiler les étapes par lesquelles ils passent pour résoudre un problème mathématique. Ainsi, les élèves s'appuient sur l'écrit pour mieux réfléchir aux connaissances qu'ils utilisent pour la résolution du problème.

Types de problèmes : problèmes pour chercher (complexes ou ouverts)

Consignes aux élèves : L'enseignant demandera aux élèves de raconter sur leur feuille les différentes étapes de leur recherche, c'est-à-dire d'expliquer comment ils font pour résoudre un problème au fur et à mesure de leur recherche ou de raconter la façon dont ils expliqueraient leur solution à des camarades qu'ils doivent convaincre. L'enseignant leur indiquera que, sur leur narration on doit pouvoir lire, déchiffrer les observations, les corrections et les interrogations qu'ils ont pu faire et qui les ont fait progresser, transformer ou changer de méthode.

En effet, on s'appuie sur les hypothèses implicites selon lesquelles garder la trace de l'écrit permet :
— aux élèves de revenir sur ce qu'ils ont fait, de se relire, et de reprendre en cours de route le cheminement de leur pensée,
— au maître ou aux autres élèves de mieux saisir la démarche de résolution de problèmes de l'élève en question.

Mise en œuvre : 3 phases

Première séance
- lancement de l'activité (présentation de l'activité et consignes)
- appropriation (lecture silencieuse de l'énoncé, reformulation individuelle ou collective, compréhension de la question)
- recherche individuelle : expliquer par écrit, au fur et à mesure, leur façon de résoudre le problème

Deuxième séance
- L'enseignant rend les travaux aux élèves avec des remarques ou des questions (explications supplémentaires, points restés obscurs)
- Phase de réécriture

Troisième séance
- mise en commun (compte rendu collectif, examen des différentes stratégies)
- explication des difficultés rencontrées par les élèves
- méthodologie menée par le maître (recherche d'informations, sélection des données importantes, mots inducteurs, aides, …)
- comparaison : stratégies les plus efficaces

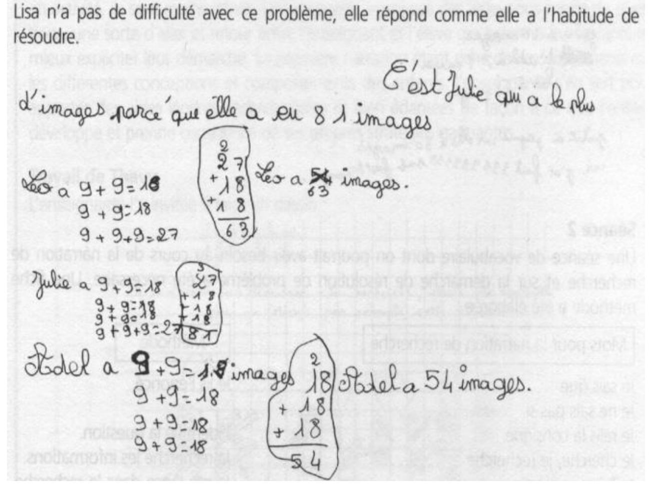
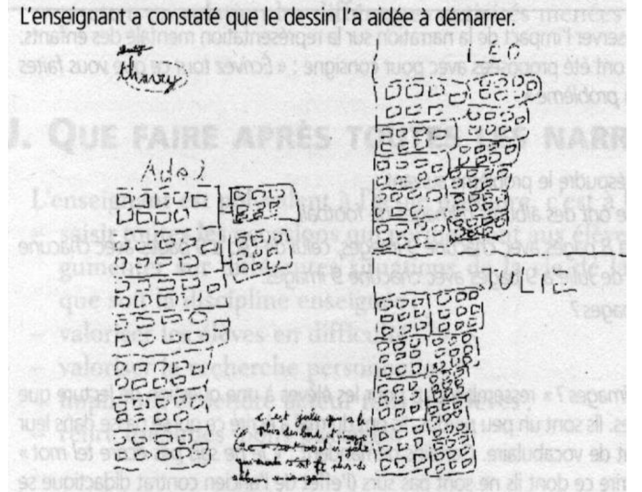
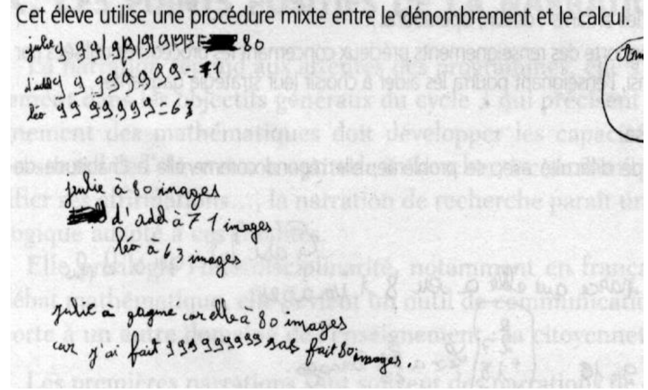
Prolongements possibles : création individuelle d'un énoncé en adéquation avec la narration finalisée où l'élève reprend le plan de la preuve qu'il a mis en place.

Objectif poursuivi : faire en sorte que les narrations, le plus souvent descriptives au départ, deviennent des écrits mathématiques formalisés. Ce travail s'inscrit dans la durée.

<u>Exemple 1 (CE2)</u>

Abdel, Léo et Julie ont des albums d'images de football.
L'album d'Abdel a 8 pages avec chacune 9 images, celui de Léo a 9 pages avec chacune 7 images et celui de Julie a 9 pages avec chacune 9 images.
Qui a le plus d'images ?

On observe différentes stratégies (dessins, opérations)

		
Explication descriptive	Aide du dessin	Dénombrement et calcul

Critères de validation de la narration

- L'élève s'est-il interrogé sur l'énoncé ? (lecture sélective, reformulation, sens, contexte …)
- L'élève a t-il fait des essais ? (tâtonnements, ratures)
- Quelle cohérence dans le raisonnement et l'enchaînement des actions ? (logique, étapes, ordre)
- L'élève a t-il fait des vérifications ? (pour trouver l'origine de ses erreurs, relecture)
- Trouve t-on dans la narration des commentaires argumentatifs ? (une tentative de preuve)

Exemple 2 (CE2)

Dans la cour de l'école, il y a 4 arbustes. Sur chaque arbuste il y a 5 branches. Sur chaque branche il y a 3 fleurs.
Combien y a-t-il de fleurs en tout sur les arbres ?

Certains enfants se lancent immédiatement dans des opérations (ex : 5x4, 5+4+3, ….) sans réfléchir au sens du problème
D'autres ne savent pas du tout comment démarrer.
Quelques élèves utilisent un discours narratif mais en oubliant des données : il y a 12 fleurs parce que dans un arbuste il y a 3 fleurs et il y a 4 arbres, 3+3+3+3=12
Certains enfin réussissent à décomposer les étapes pour arriver à la bonne solution.

Aides à la résolution
→ une relecture est nécessaire (individuelle ou collective) pour visualiser la situation (imagine l'arbre dans ta tête, et tous les arbres)
→ le passage par le dessin est souvent conseillé (dessine un arbre, tous les arbres)
→ les étapes peuvent être décrites (je calcule le nombre de pommes dans un seul arbre, puis dans les 4 arbres)
→ des questions annexes peuvent aider à progresser dans la démarche (que représente tel nombre ? Y a-t-il des fleurs sur chaque arbre ?
→ l'écriture narrative doit se transformer en écriture mathématique (chaque arbre a 3 fleurs sur chacune de ses 5 branches devient : 5x3 ou 3x5 ou 3+3+3+3+3)
→ la vérification du résultat devient une étape essentielle (par rapport au dessin par exemple)

Suivant les situations, le maître peut décider d'une aide individuelle en passant dans les rangs ou d'une aide collective au tableau (en s'appuyant sur les recherches d'un élève)

On peut aussi aller plus loin dans l'organisation des résultats et chercher un moyen sûr de vérification (organigramme, tableau de données)
Exemple :

Arbres	1	2	3	4
Branches	5	5	5	5
Fleurs	3x5	3x5	3x5	3x5

Des outils peuvent être construits collectivement pour progresser dans la narration (vocabulaire, expressions, méthode)

8- Ressources

Ouvrages, publications

En mathématiques peut mieux faire	Roland Charnay INRP	Participation aux documents d'application, nombreuses publications Internet
Comprendre des énoncés, résoudre des problèmes	Alain Descaves Hachette éducation	http://www.enseignants.hachette-education.com/siteseducation/SiteSED?controlerCode=CtlPresentationInteractive&requestCode=afficherPageAccueil&idArticle=6983
Résolution de problèmes	Sylvie Gamo Bordas pédagogie	http://www.editions-bordas.com/pedagogie.php?act=l&id=9782047294574&cat_id=4&ss_cat_id=
Les enquêtes de l'inspecteur Lafouine (tomes1 et 2)	Christian Souchard Editions Buissonnières	http://editions-buissonnieres.fr/index.php
	Exemples sur Internet	http://ecole.toussaint.free.fr/lafouine/lafouine.htm
83 problèmes de logique	Scheider Editions Accès	http://www.acces-editions.com/o_83problemes.php
Préparation à la résolution de problèmes (lecture et compréhension d'énoncés)	Editions Jocatop	http://www.jocatop.fr/produits/produit.php?id=25&selectitem=106
Préparation à la résolution de problèmes (approfondissement et rédaction d'énoncés)	Editions Jocatop	http://www.jocatop.fr/produits/produit.php?id=26&selectitem=106

Ressources Internet

Des progressions sur les 3 niveaux du cycle incluant des exemples portant sur : . Les stratégies de recherche . La compréhension des énoncés . La résolution de problèmes complexes	http://www.ac-amiens.fr/inspections/02/aisne-sud/pedagogie/ressources/ResProb/progressions/progressions.htm
Résolution de problèmes au cycle 3 proposant des exercices en ligne (possibilité d'imprimer)	http://netia59.ac-lille.fr/haz/PEDAGO/MALLEPRI/MATHS/0mathCIII/

à partir de compétences visées : . Reconnaître un énoncé mathématique . Choisir et sélectionner des données . Choisir le bon outil opératoire . Vérifier la validité d'un résultat . Présenter son travail	
Des exemples traités de problèmes ouverts (liaison CM2-6éme)	http://www.ac-orleans-tours.fr/maths-2/ecole/pb%20ouverts/pres_pb_ouverts.htm
De nombreux problèmes de raisonnement et de déduction	http://www.recreomath.qc.ca/r_log.htm
Des problèmes de logique classés par difficulté (avec aide et solution)	http://perso.wanadoo.fr/ecole.pierre.brossolette/pbpres.html
Des problèmes non-mathématiques : logique, énigmes et attrape-nigauds (à imprimer) pour inciter les élèves à réfléchir plutôt que de se précipiter dans des calculs opératoires.	http://rustrel.free.fr/pedago.html
Des problèmes divers de type 4 : comportant des données inutiles, des réponses sans calcul, des réponses impossibles …	http://rustrel.free.fr/pedago.html
Des énigmes (avec réponses)	http://www.pedagonet.com/other/enigme.html
De très nombreuses ressources mathématiques dans tous les domaines.	http://www.jlsigrist.com/index.html